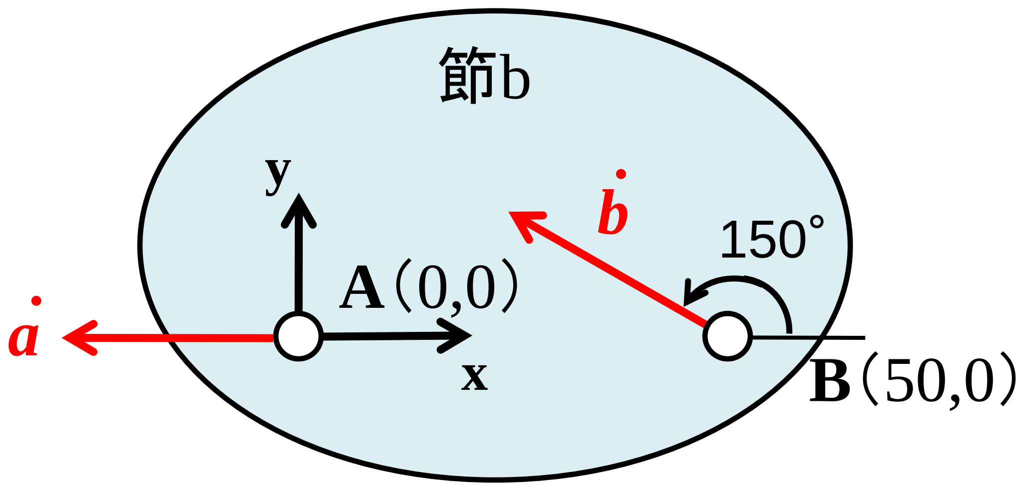
問題1

静止座標系A-xy平面上を運動する節b上に2定点A，Bを考える．いま，2点の座標はA（0,0），B（50，0）である．
2点間の距離は 50 mm，A点の速度が$|\dot{\mathbf{a}}|$= 150 mm/s,
点Bの速度の向きが150°である．以下の問いに答えよ．
（１）点Bの速度を求めよ．
（２）瞬間中心を求めよ．



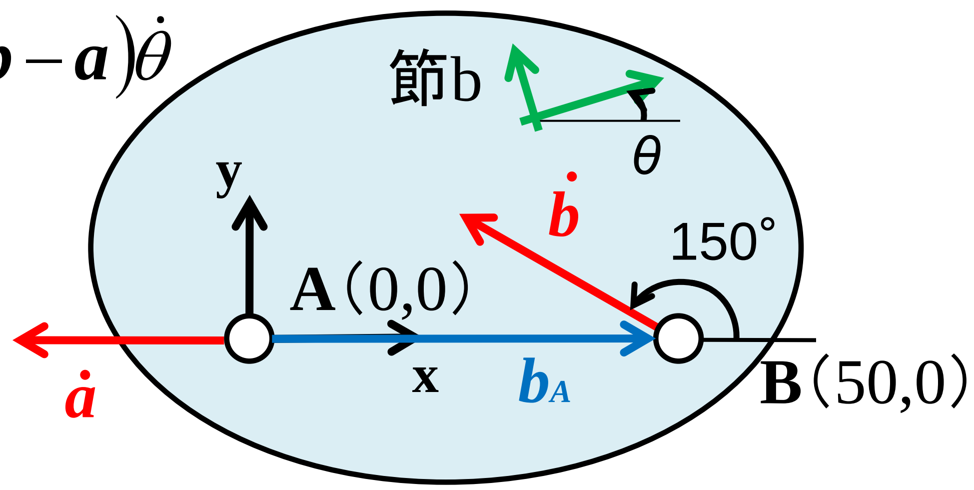
問題1（1）解答

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}_A$$

$$\dot{\boldsymbol{b}} = \dot{\boldsymbol{a}} + \dot{\boldsymbol{b}}_A = \dot{\boldsymbol{a}} + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}) = \dot{\boldsymbol{a}} + \frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{B}e^{i\theta} - \boldsymbol{A}e^{i\theta}\right)$$

$$= \dot{\boldsymbol{a}} + i(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A})\dot{\theta}e^{i\theta} = \dot{\boldsymbol{a}} + i(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a})\dot{\theta}$$

$$= \dot{\boldsymbol{a}} + i\boldsymbol{b}_A\dot{\theta}$$



$\dot{\boldsymbol{a}} = -150, \boldsymbol{b}_A = 50$ より

$$\dot{\boldsymbol{b}} = -150 + 50i\dot{\theta}$$

点Bの速度の向きが150°　なので

$$\frac{50\dot{\theta}}{-150} = \tan\frac{5}{6}\pi = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}_A$	:静止座標系
$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$	:動座標系
θ	:静止座標系（節a）と動座標系（節b）の軸が成す角度

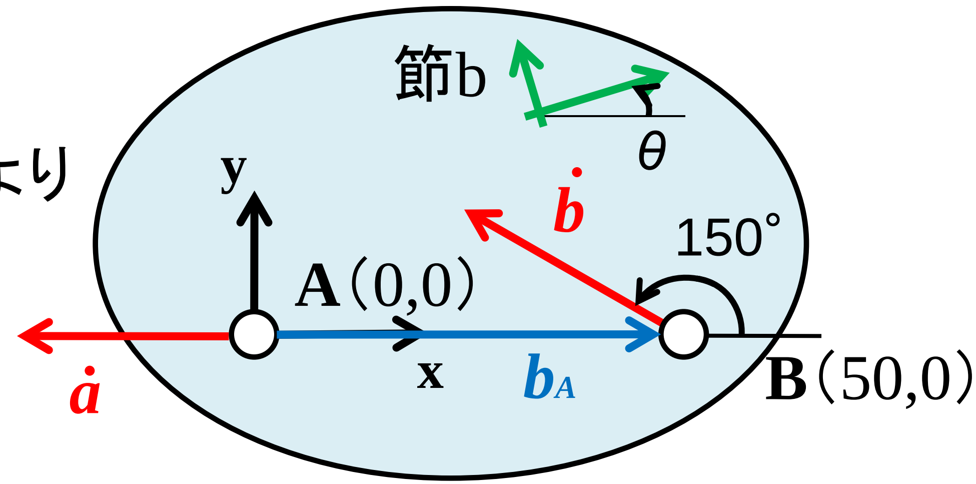
問題1（1）解答

点Bの速度の向きが150°　なので

$$\frac{50\dot{\theta}}{-150} = \tan\frac{5}{6}\pi = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta} = \sqrt{3}$$

したがって　$\dot{\boldsymbol{b}} = -150 + 50i\dot{\theta}$　より

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{b}} = -150 + 50\sqrt{3}i}$$



$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}_A$	:静止座標系
$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$	:動座標系
θ	:静止座標系（節a）と動座標系（節b）の軸が成す角度

問題1（2）解答

（1）より

$$\boldsymbol{a}=0,\ \ \boldsymbol{b}=50$$

$$\dot{\boldsymbol{a}}=-150,\ \ \dot{\boldsymbol{b}}=-150+50\sqrt{3}i$$

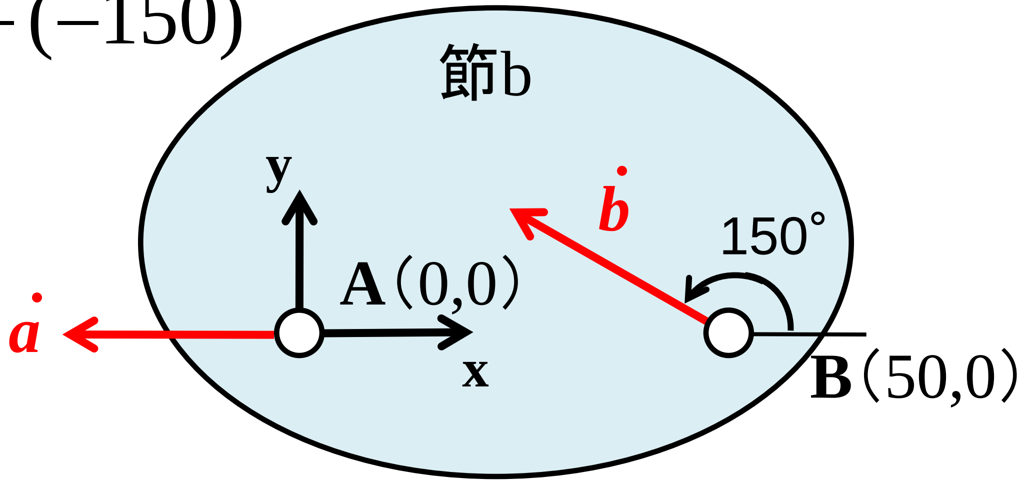
瞬間中心

$$\boldsymbol{p}=\frac{\boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{b}}-\boldsymbol{b}\dot{\boldsymbol{a}}}{\dot{\boldsymbol{b}}-\dot{\boldsymbol{a}}}$$

$$\boldsymbol{p}=\frac{\boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{b}}-\boldsymbol{b}\dot{\boldsymbol{a}}}{\dot{\boldsymbol{b}}-\dot{\boldsymbol{a}}}$$

$$=\frac{0\cdot(-150+50\sqrt{3}i)-50\cdot\left(-150\right)}{-150+50\sqrt{3}i-(-150)}$$

$$=\boxed{-50\sqrt{3}i}$$

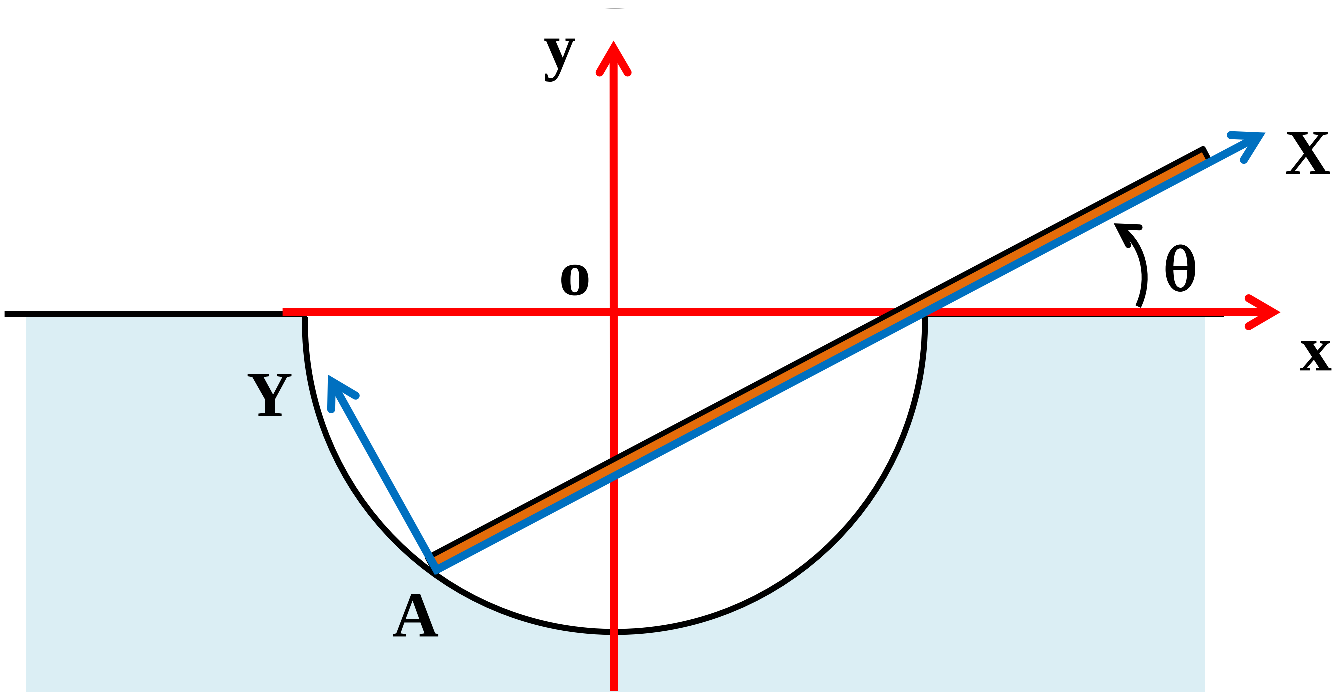


問題2

下図のように半径 r の半円状の溝上の2点に太さの無視できる長さ L の棒を接触させながら，θの増加する方向に滑らせる．図のように座標系をとるとき，以下の問いに答えよ．

（1）静止座標系（o-xy）のおける棒の瞬間中心を図示せよ．

（2）動座標系（A-XY）における棒の瞬間中心を図示せよ．



問題2（1）解答

点Aの座標は

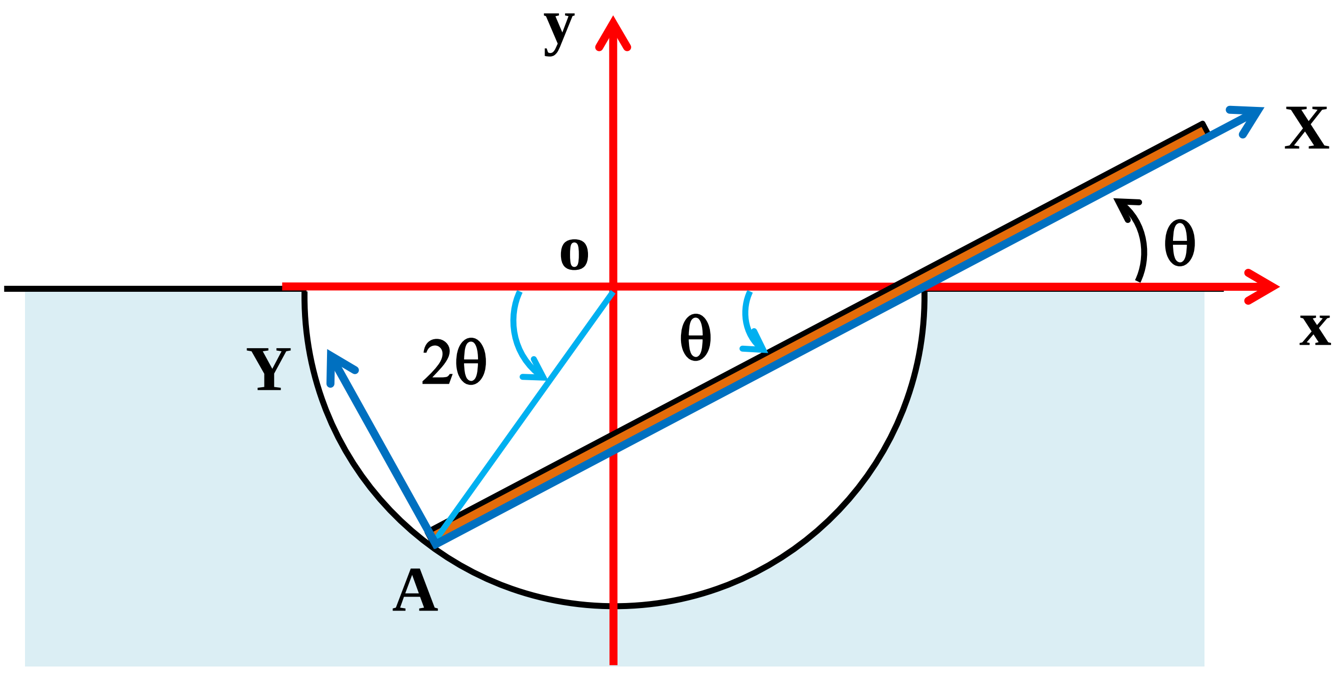
$$\left(-r\cos 2\theta, -r\sin 2\theta\right)$$

瞬間中心

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{a} + i\frac{\dot{\boldsymbol{a}}}{\dot{\theta}}$$

よって $\boldsymbol{a} = -r\left(\cos 2\theta + i\sin 2\theta\right) = -re^{i(2\theta)}$

微分して $\dot{\boldsymbol{a}} = 2r\dot{\theta}\left(\sin 2\theta - i\cos 2\theta\right) = -2ri\dot{\theta}e^{i(2\theta)}$

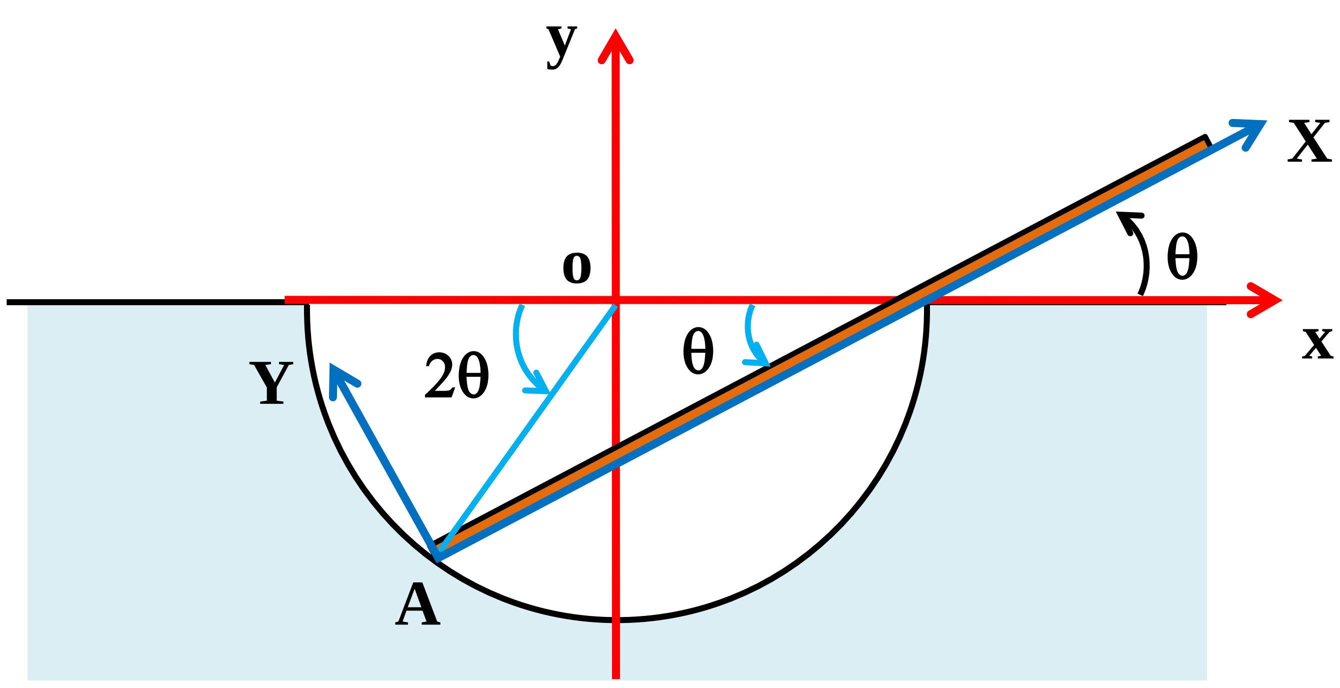


問題2（1）解答

2つの座標系のなす角はθなので，瞬間中心は

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{a} + i\frac{\dot{\boldsymbol{a}}}{\dot{\theta}} = -re^{i(2\theta)} + i\frac{-2ri\dot{\theta}e^{i(2\theta)}}{\dot{\theta}}$$

$$= -re^{i(2\theta)} + 2re^{i(2\theta)} = \boxed{re^{i(2\theta)}}$$

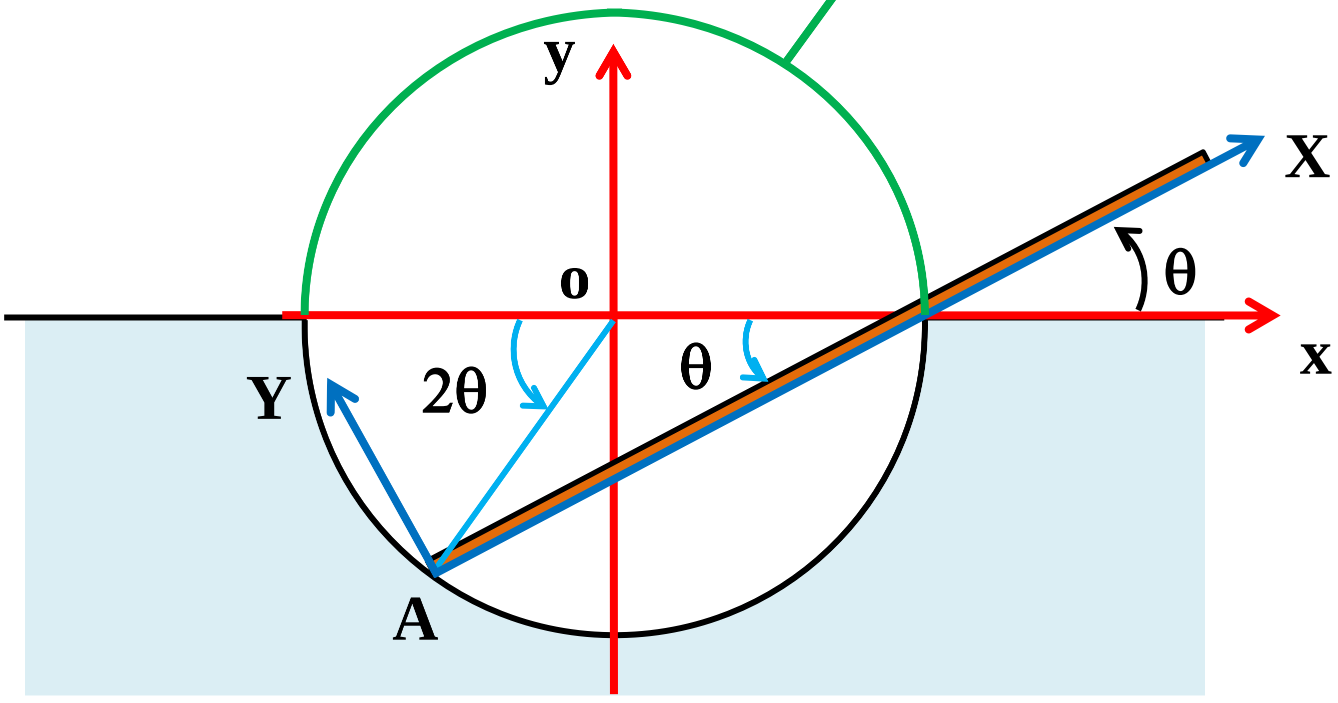


問題2（1）解答

瞬間中心

$$\boldsymbol{p} = re^{i(2\theta)}$$

o を中心とする半径 r の円 $\left(0 \leq \theta \leq \pi/2\right)$



問題2(2)解答

(1)より

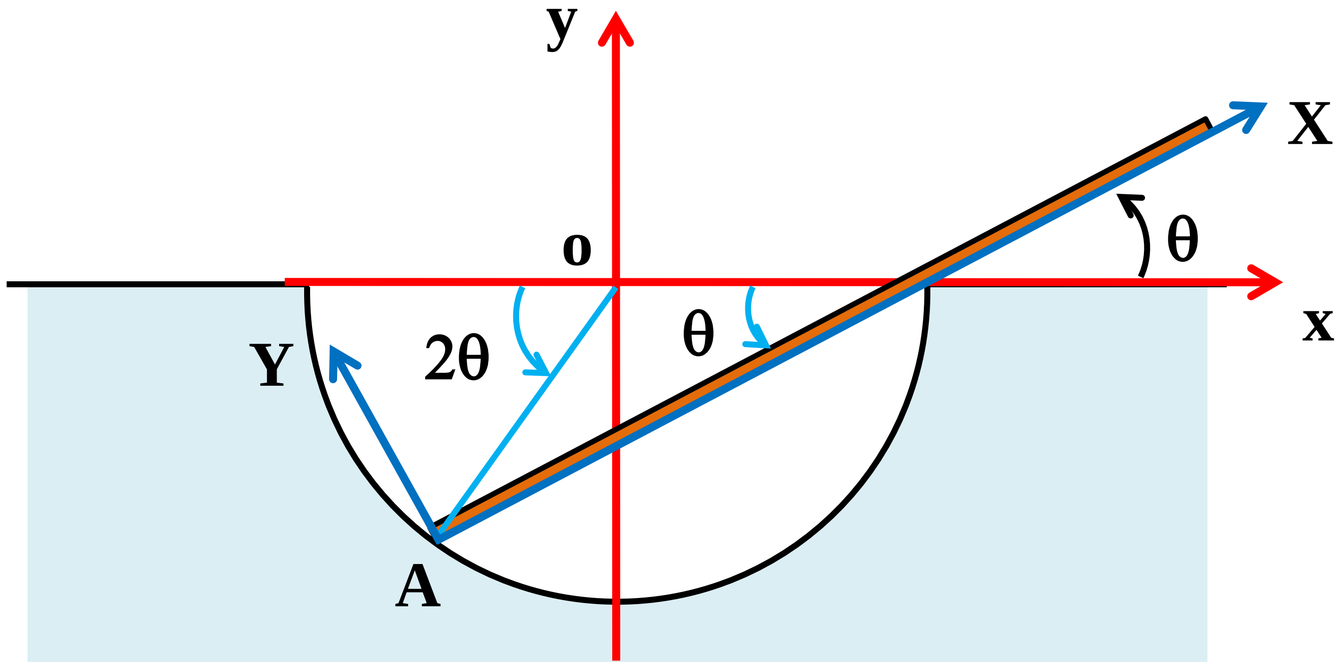
$$\boldsymbol{p} = re^{i(2\theta)} \quad , \boldsymbol{a} = -re^{i(2\theta)}$$

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{a})e^{-i\theta}$$

$$= 2r\, e^{i(2\theta)}\, e^{-i\theta} = \boxed{2re^{i\theta}}$$

瞬間中心
(動座標系と静止座標系の関係)

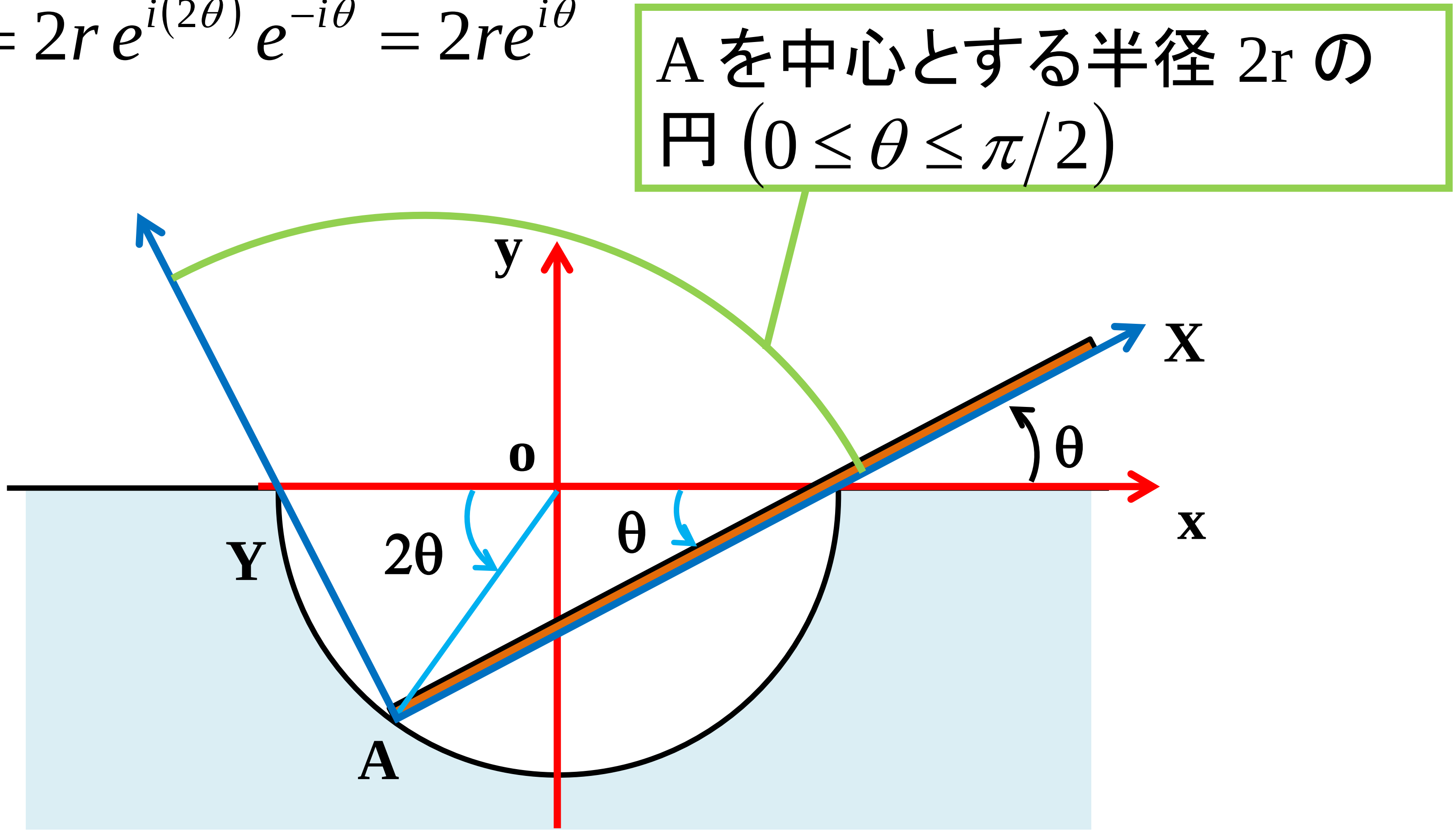
$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{a})e^{-i\theta}$$



問題2（2）解答

$$P = (p - a)e^{-i\theta}$$

$$= 2r\,e^{i(2\theta)}\,e^{-i\theta} = 2re^{i\theta}$$



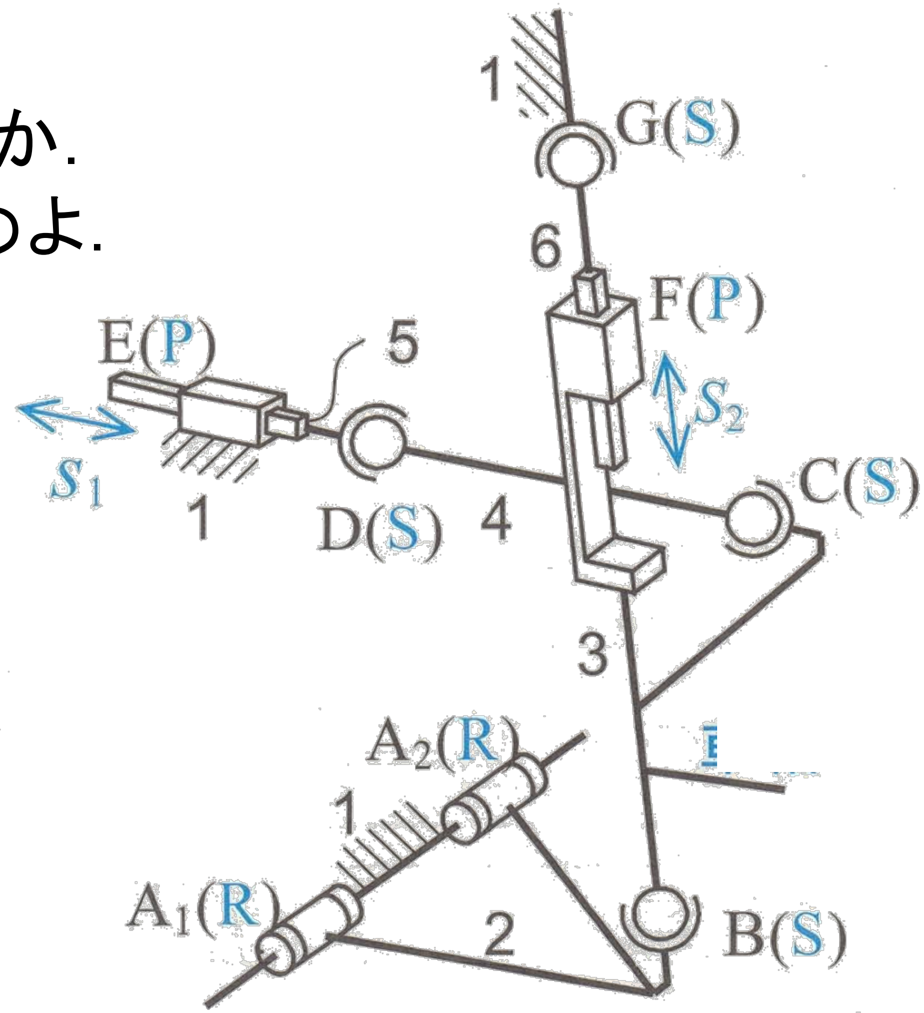
問題3

図について以下の問いに答えよ．ただし，節１は共通固定節を表わし，A_1, A_2は回転対偶，E, Fは直線対偶，B, C, D, Gは球対偶とする．

(1)球対偶の自由度はいくらか．

(2)図の機構の自由度を求めよ．

球対偶：３

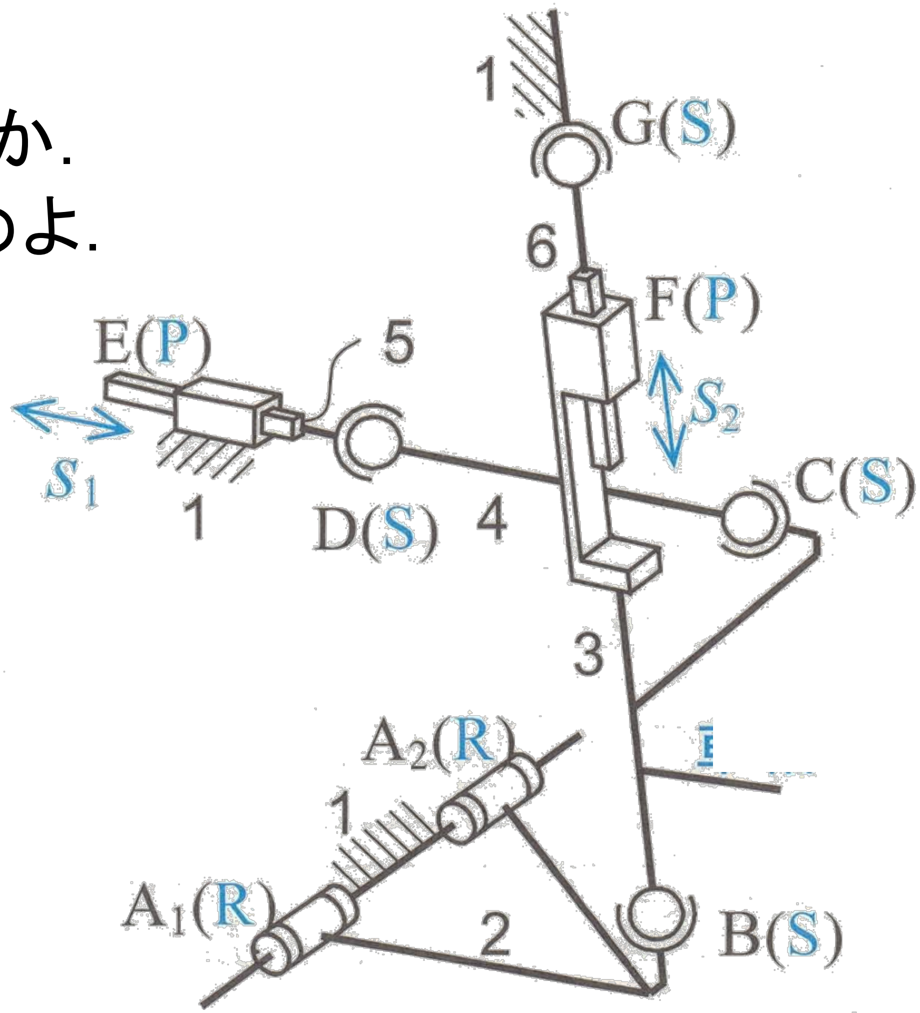


問題3

図について以下の問いに答えよ．ただし，節1は共通固定節を表わし，A_1, A_2は回転対偶，E, Fは直線対偶，B, C, D, Gは球対偶とする．

(1)球対偶の自由度はいくらか．

(2)図の機構の自由度を求めよ．



N=6

J=7

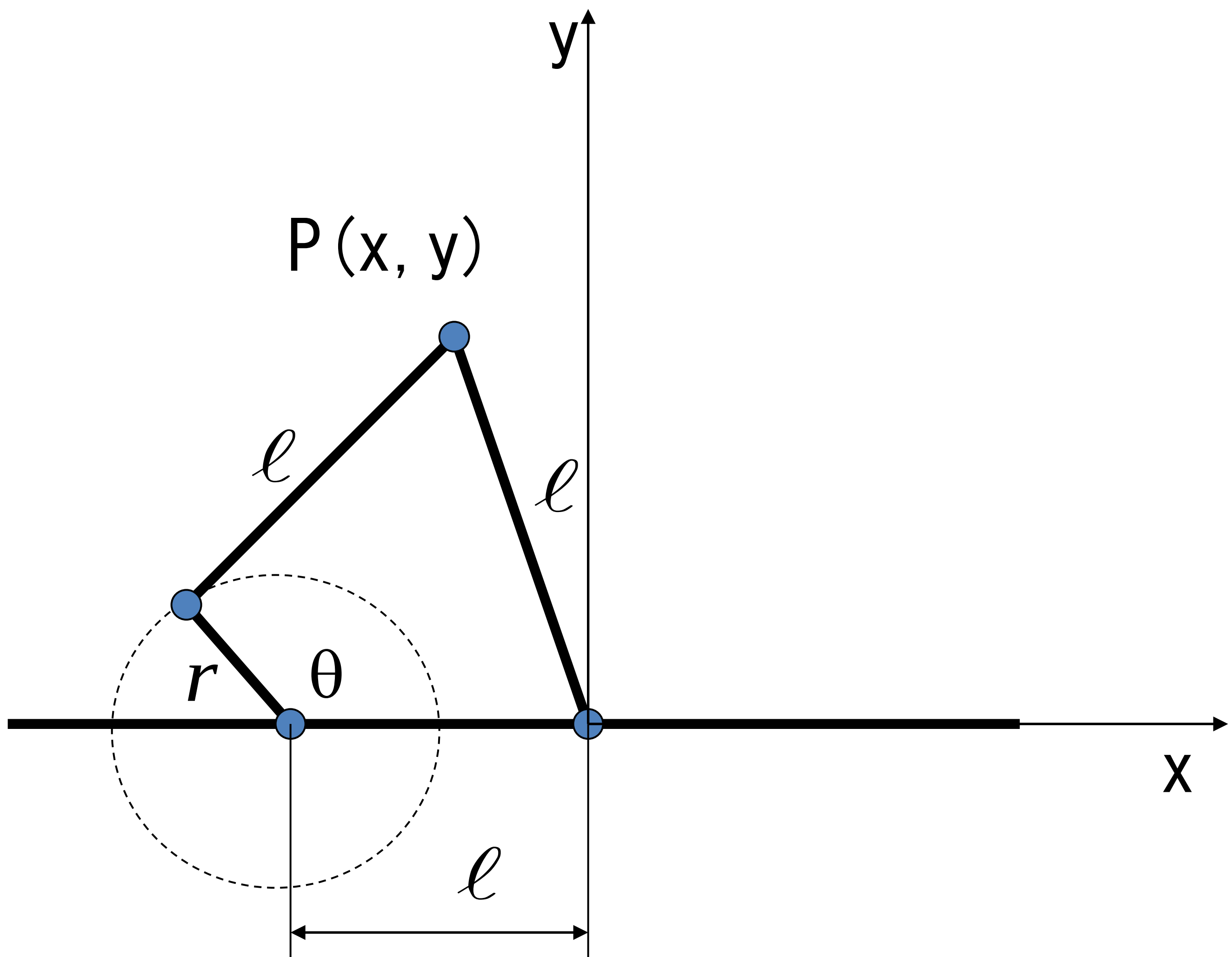
Σ fi=3x4+3=15

F=6(N−J−1)+Σ fi

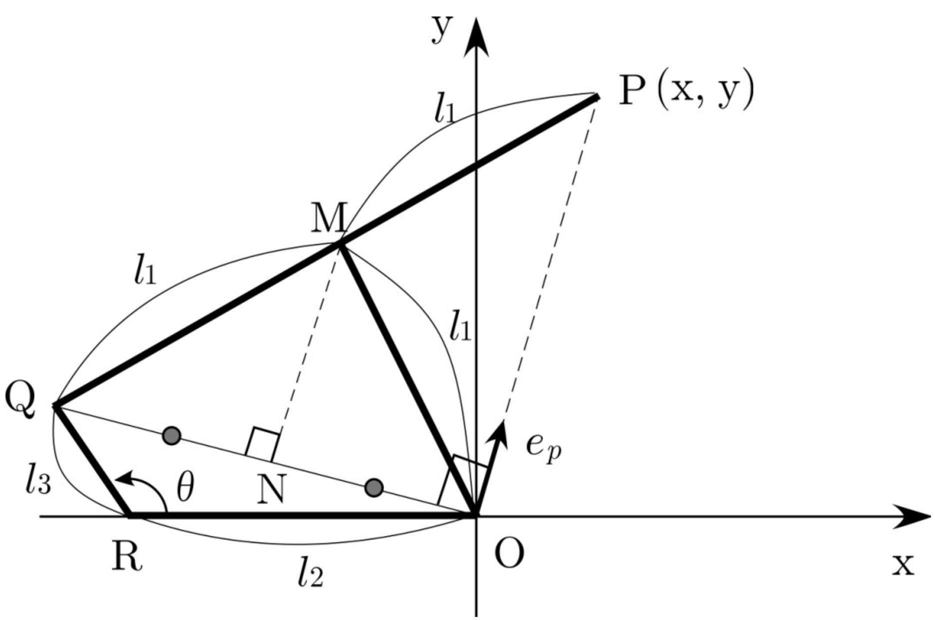
=−12+15=3

問題4

点P(x,y)の各座標x,yをθ, ℓ, r を使って表わせ.



課題2解答の手引き



(ⅳ)の答えを用いて，点Mは点ＰとＱの中点であることを用いれば点Mの座標は容易に求まる.

i)

$$\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} l_3 \cos\theta - l_2 \\ l_3 \sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} l_3 \cos\theta - l_2 \\ l_3 \sin\theta \end{pmatrix} \quad \text{----------------} \quad ①$$

ii)

$$MN^2 = l_1^2 - \frac{1}{4}\left(l_2^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos\theta\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(4l_1^2 - l_2^2 - l_3^2 + 2l_2 l_3 \cos\theta\right)$$

$$\overline{PO} = \sqrt{\left(4l_1^2 - l_2^2 - l_3^2 + 2l_2 l_3 \cos\theta\right)} \quad \text{------} \quad ②$$

iii)

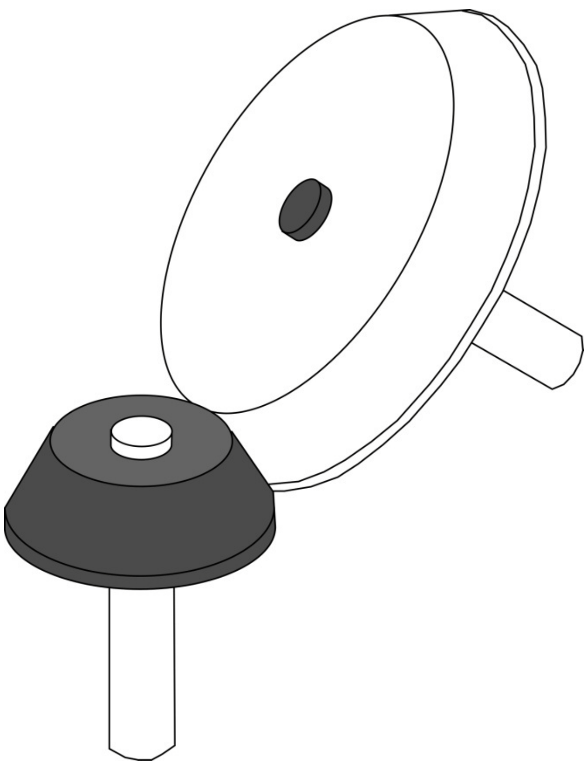
$$\overrightarrow{e_p} = \frac{1}{\sqrt{\left(l_3 \cos\theta - l_2\right)^2 + \left(l_3 \sin\theta\right)^2}}\begin{pmatrix} l_3 \sin\theta \\ -l_3 \cos\theta + l_2 \end{pmatrix}$$

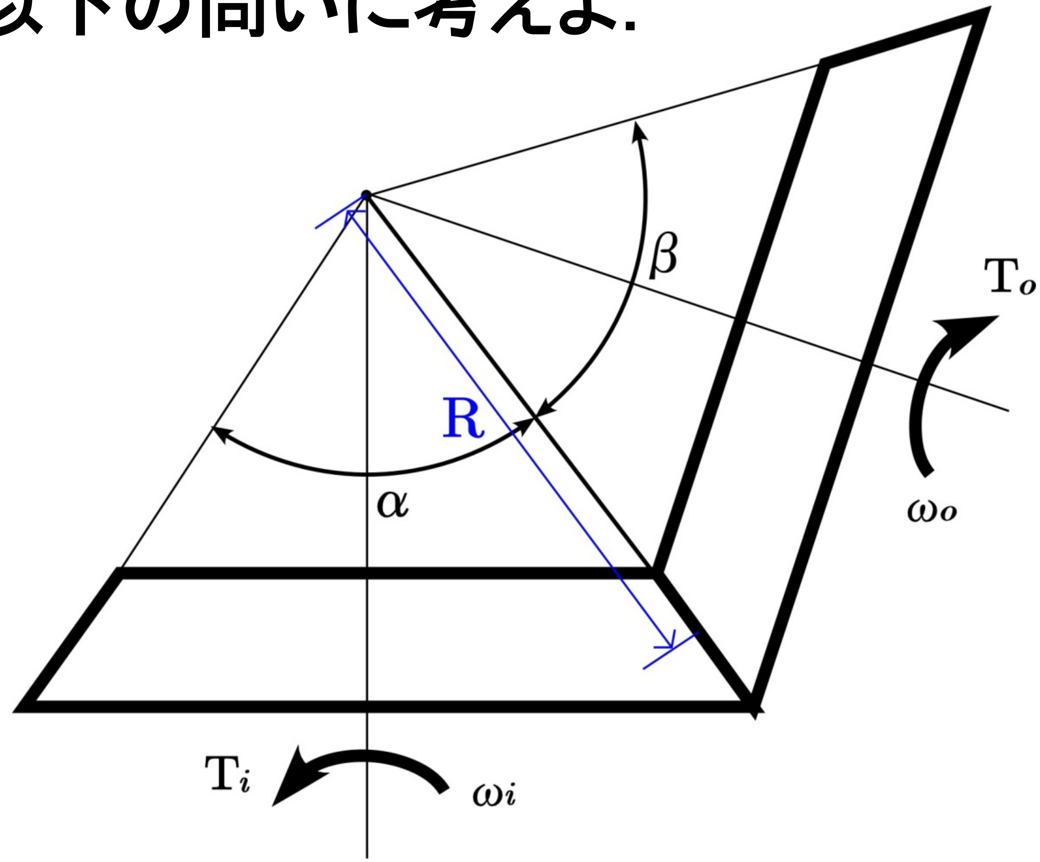
$$= \frac{1}{\sqrt{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos\theta}}\begin{pmatrix} l_3 \sin\theta \\ -l_3 \cos\theta + l_2 \end{pmatrix} \quad \text{-----} ③$$

iv)

$$\therefore \begin{cases} x = \sqrt{\dfrac{4l_1^2}{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos\theta} - 1}\left(l_3 \sin\theta\right) \\ y = \sqrt{\dfrac{4l_1^2}{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos\theta} - 1}\left(-l_3 \cos\theta + l_2\right) \end{cases}$$

問1．変速機構について以下の問いに考えよ.

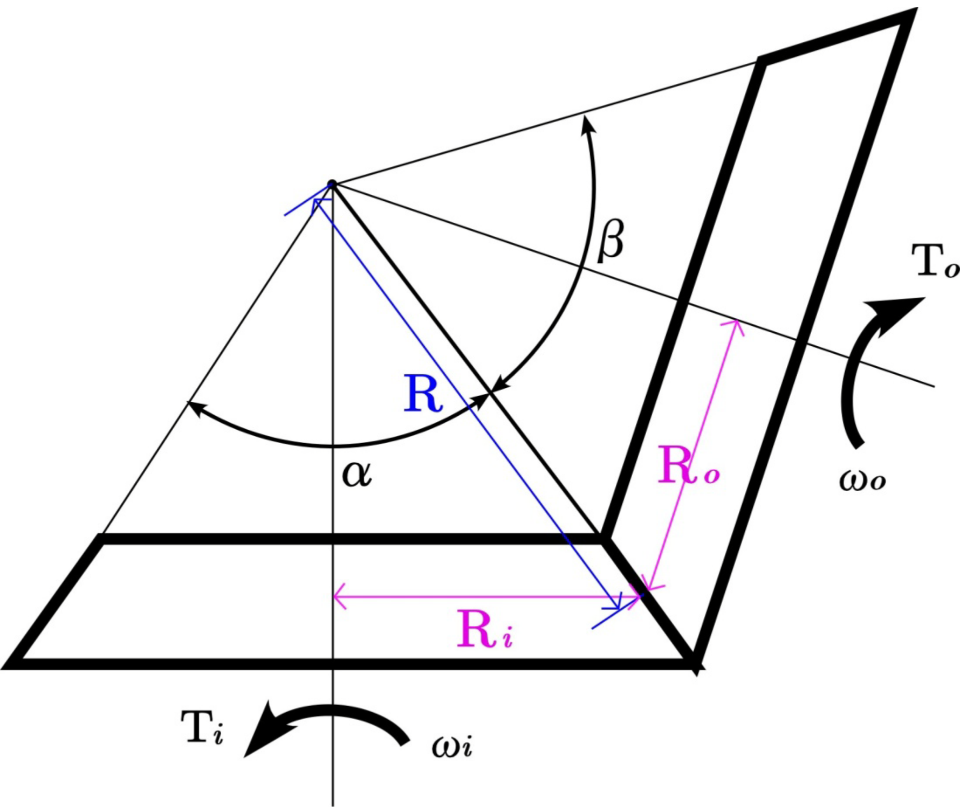




(1)ω_iとω_oの関係を示せ.

(2)T_iとT_oの関係を示せ.

課題8解答



問1.

$$R_o\omega_o = R_i\omega_i$$

$$R_o = R\sin\frac{\beta}{2} \quad R_i = R\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \omega_o = \frac{\sin{\alpha}/{2}}{\sin{\beta}/{2}}\omega_i$$

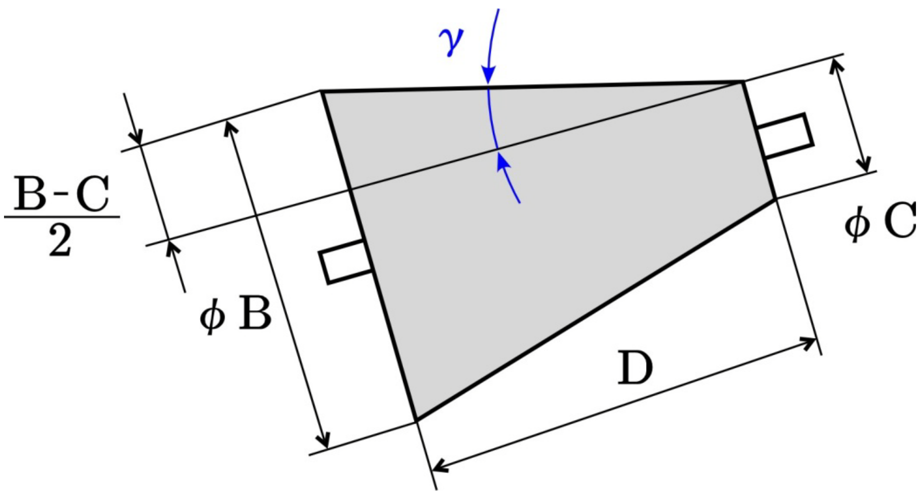
問2.

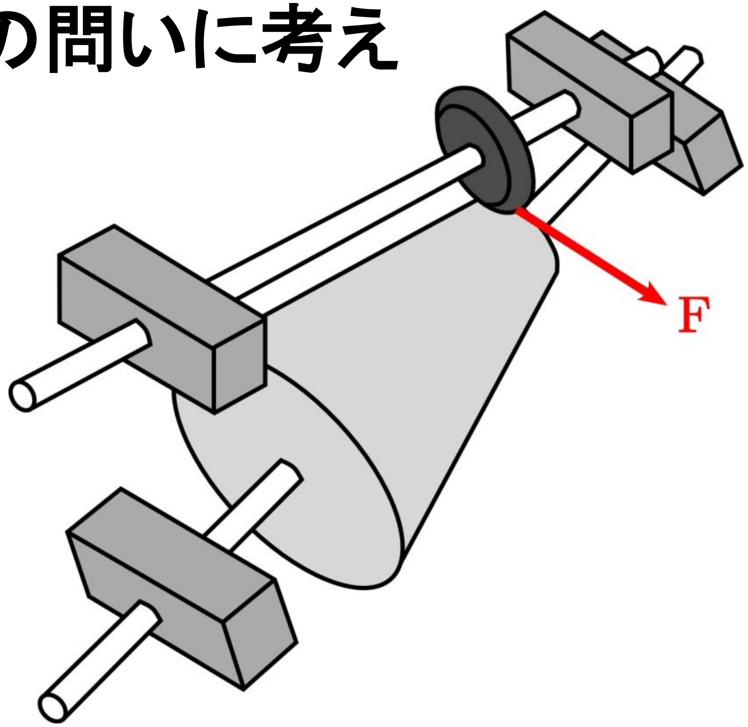
仮想仕事の原理を利用

$$T_o\omega_o = T_i\omega_i$$

$$\therefore T_o = \frac{\omega_i}{\omega_o}T_i$$

問2. 無段変速機について以下の問いに考えよ.

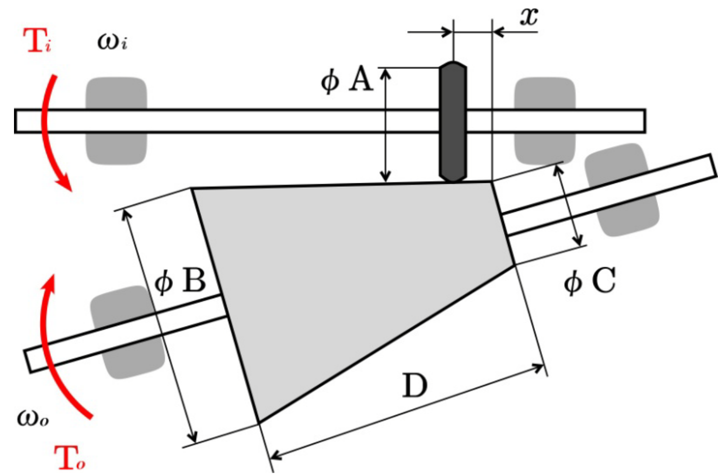




(1) γをB, C, Dを用いて表せ.

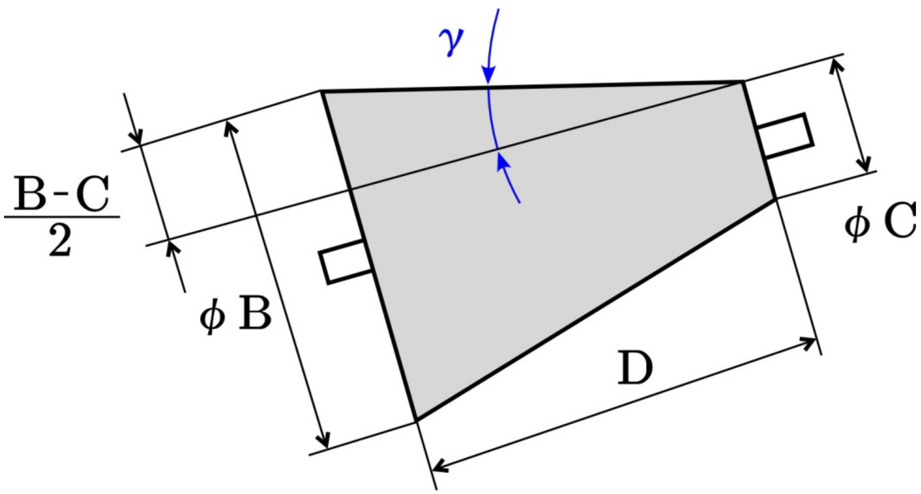
(2) ω_oとω_iの関係をγ, A, Cを用いて示せ.

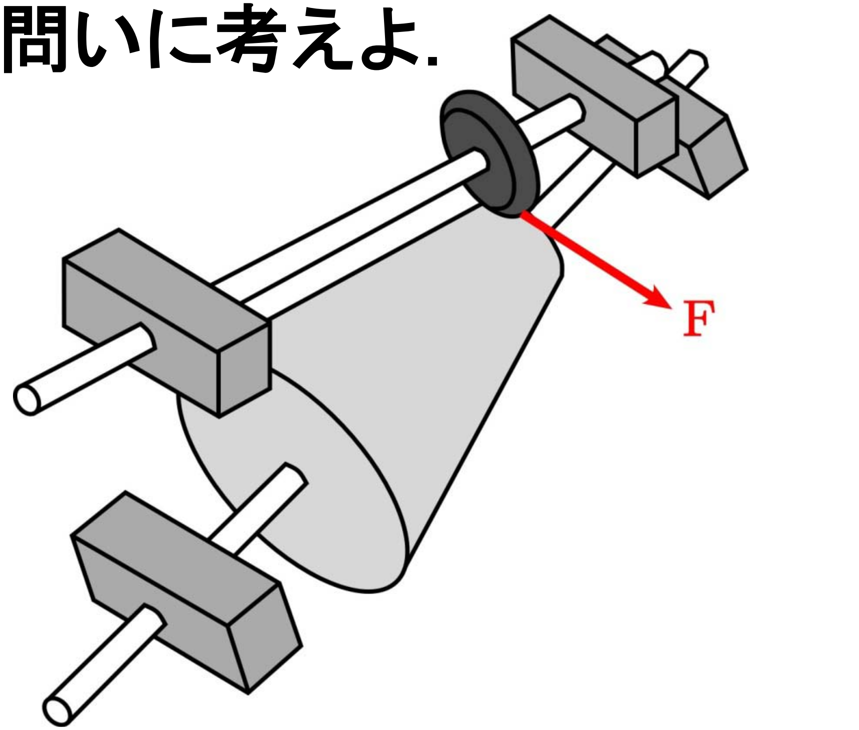
(3) T_oとT_iの関係をγ, A, Cを用いて表せ.

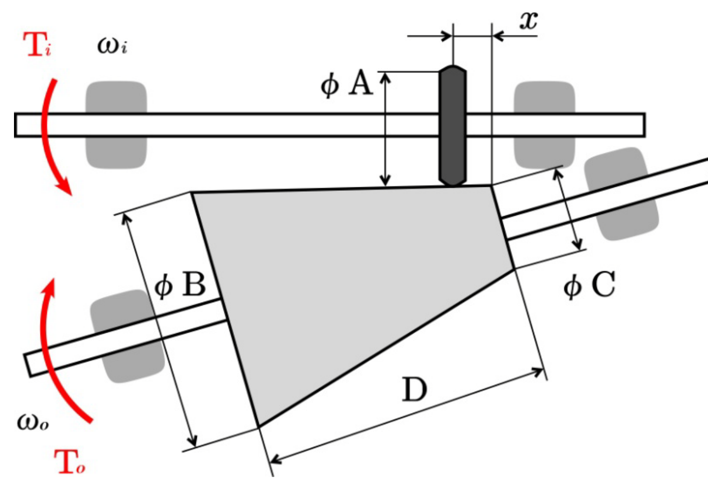


演習問題

問. 無段変速機について以下の問いに考えよ.





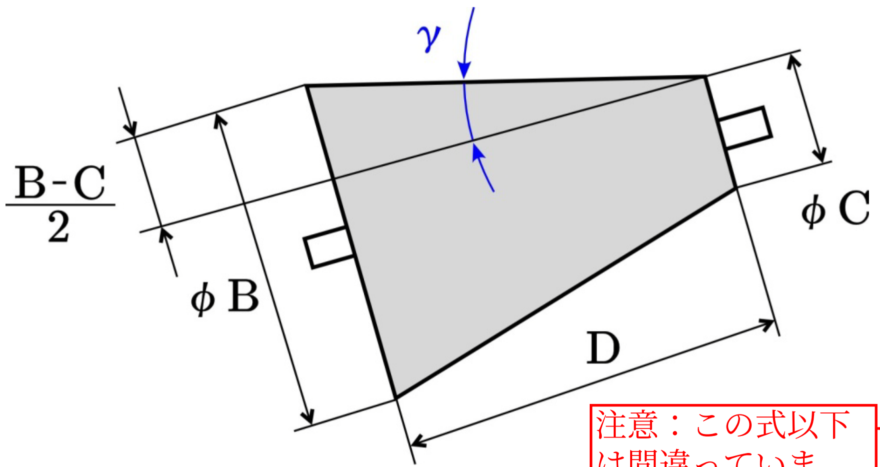


(1) γをB, C, Dを用いて表せ.

(2) ω_oとω_iの関係をγ, A, Cを用いて示せ.

(3) T_oとT_iの関係をγ, A, Cを用いて表せ.

演習問題

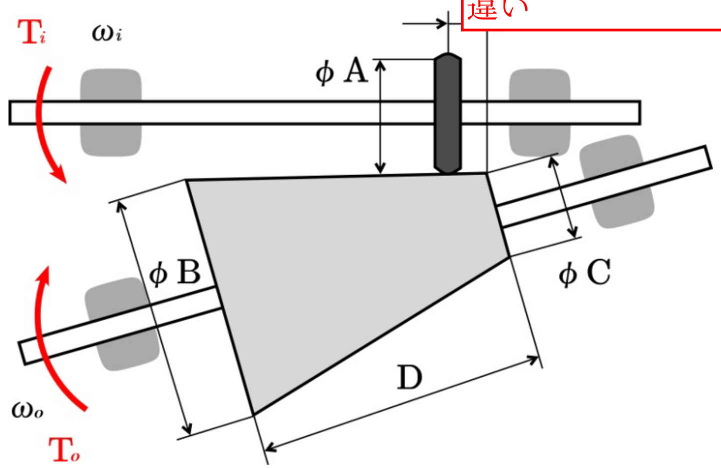


$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{B-C}{2D}\right)$$

$$\frac{A}{2}\omega_o = \left(\frac{C}{2} + x\sin\gamma\right)\omega_i$$

注意：この式以下は間違っています．ここのωの添字はoとiが付け間違い

$$\omega_o = \frac{A}{(2x\sin\gamma + C)}\omega_i$$



$$T_o\omega_o = T_i\omega_i$$

$$T_o = \frac{(2x\sin\gamma + C)}{A}T_i$$

問3図1(a)に示す2自由度平面機構について以下の問いに答えなさい．ただし，対偶（関節）A, B, Cの回転中心は同一直線上にあり，点Tは対偶 C, Dの回転中心を結ぶ直線上に存在する節先端の点とし，a, bは対偶の回転中心軸間の長さを表すものとする．また斜線部は固定節を示し，節と節の相対運動は対偶によってのみ生成されるものとし，対偶の摩擦および各節の質量は無視できるものとする．

（1）直進対偶に対し，図１(b)のようにX軸方向の並進速度u及びY軸方向の並進速度vを同時に与えた場合の点TのX軸方向の並進速度U及びY軸方向の並進速度Vを導出する問題を以下のステップで考える．

(i) $u \neq 0$, $v = 0$のとき点TのX軸方向の並進速度Uを導出しなさい．

(ii) $u \neq 0$, $v \neq 0$のとき，点TのX軸方向の並進速度U及びY軸方向の並進速度Vを導出しなさい．

（2）点TにX軸方向の力F_X及びY軸方向の力F_Yを加えた状態で，図１(b)のように直進対偶にそれぞれ並進速度u及びY軸方向の並進速度vを同時に与えるものとする．このとき，直進対偶に必要な入力動力の総和Pを導出しなさい．

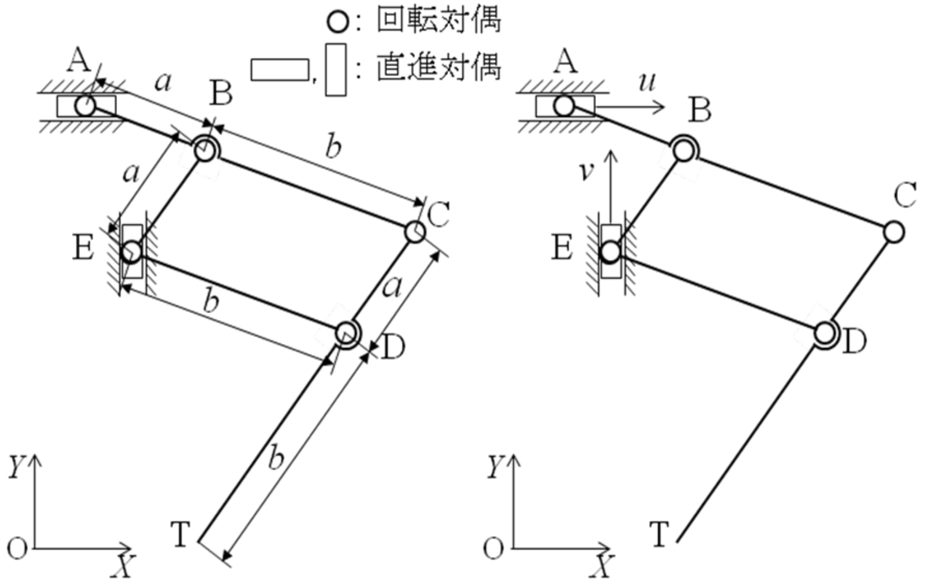
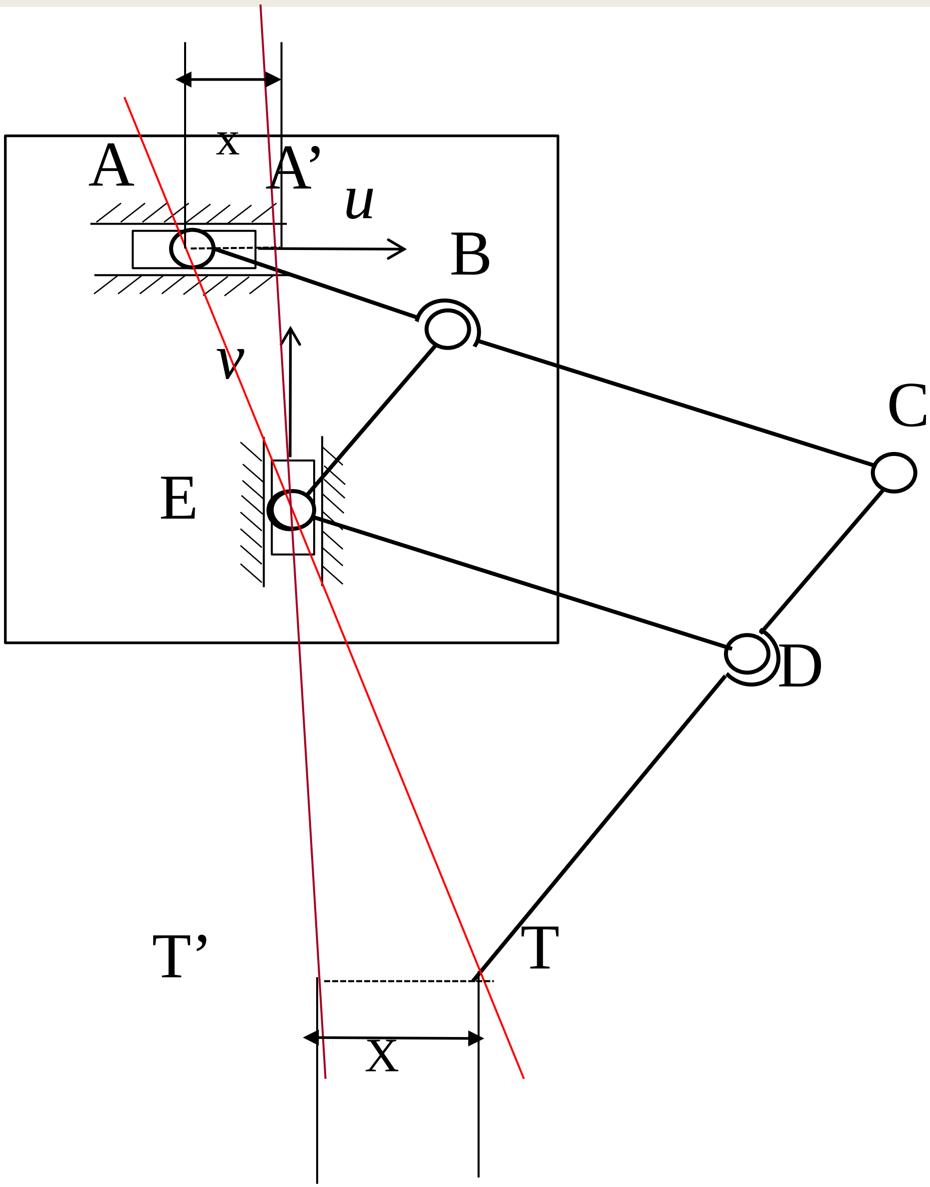
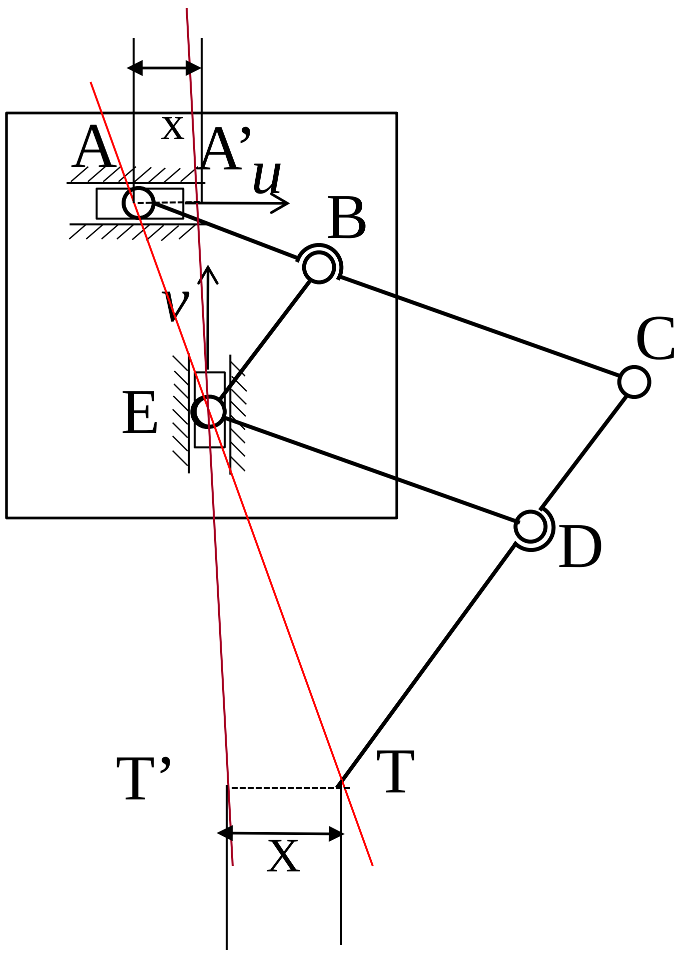


図1(a)　図1(b)

ヒント



問題2解答例



問(1)

(i)

△ABE∽△EDT∽ △ACT

点Eを固定して点Aをxだけ動かすことを想定し，移動後の点Aを点A’とする．このときの点Tは点T’に移動する．

平行四辺形リンク機構の場合，

△AA’E∽△TT’E

が成り立つから，

x:a=-X:b

定式より

X=-(b/a)x

両辺を時間で部分することにより，

U= (b/a)u

(ii)同様に，点Aを固定して点Eをyだけ動かし，同様な手順を踏むと，

y:a=Y: (a+b)

両辺を時間で部分することにより，

V= {(a+b)/a}v

u, vが同時に作用しても両者はU, Vに独立に影響し，互いに干渉しない．よって

U=- (b/a)u,　V= {(a+b)/a}v

問題2解答例

問(2)

問い(1)の結果をまとめると,

$\mathbf{U}=J\mathbf{u}$

ただし,

$\mathbf{U}=[U, V]^t$,　$\mathbf{u}=[u, v]^t$

$J=\mathrm{diag}[-k, (1+k)]$　$k=b/a$

仮想仕事の原理より,

$\mathbf{u}^t\,\mathbf{f}=\mathbf{U}^t\,(-\mathbf{F})$, ただし,　$\mathbf{f}=[f_A, f_E]^t$,　$\mathbf{F}=[F_X, F_Y]^t$

$\mathbf{U}=J\mathbf{u}$の関係より

$\mathbf{u}^t\,\mathbf{f}=\mathbf{u}^t J^t\,(-\mathbf{F})$

任意の$\mathbf{u}$に対して成り立つから$\mathbf{f}=-J^t\,\mathbf{F}$

動力の定義より,

$P_A=u\,f_A$, $P_B=v\,f_B$

$\mathbf{P}=D\mathbf{f}=-D\,J^t\,\mathbf{F}$,　ただし,　$P=[P_A, P_B]^t$,　$D=\mathrm{diag}[u, v]$

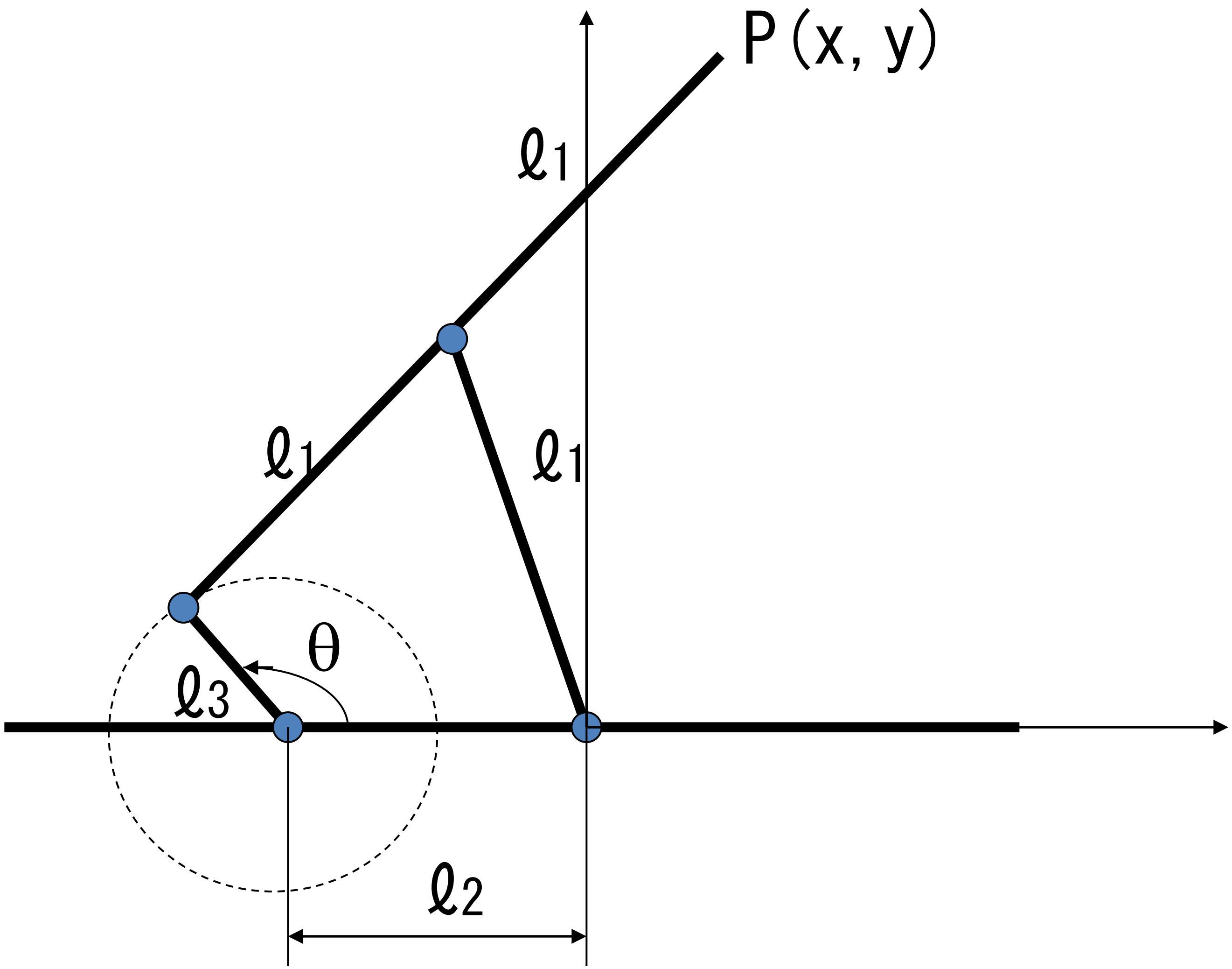
この関係より,

$\mathbf{P}=\mathrm{diag}[uk, -v(1+k)]\,)]\,[F_X, F_Y]^t$

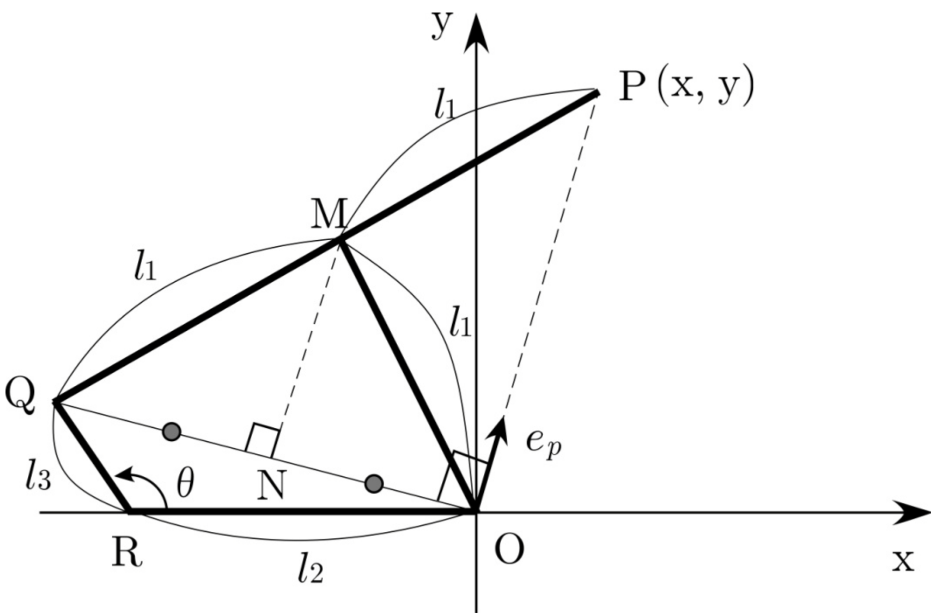
$=[ukF_X, -v(1+k)F_Y]^t$

$\underline{P_A= kF_X\,u,\ P_B= -F_Y\,(1+k)\,v}$

問題4 図の４節リンク機構に対して点P(x, y)をθ, ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3を用いて表せ。



課題2解答の手引き



(ⅳ)の答えを用いて，点Mは点ＰとＱの中点であることを用いれば点Mの座標は容易に求まる.

i)

$$\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} l_3\cos\theta - l_2 \\ l_3\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} l_3\cos\theta - l_2 \\ l_3\sin\theta \end{pmatrix} \quad \text{---------------} \quad ①$$

ii)

$$MN^2 = l_1^2 - \frac{1}{4}\left(l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3\cos\theta\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(4l_1^2 - l_2^2 - l_3^2 + 2l_2l_3\cos\theta\right)$$

$$\overline{PO} = \sqrt{\left(4l_1^2 - l_2^2 - l_3^2 + 2l_2l_3\cos\theta\right)} \quad \text{------} \quad ②$$

iii)

$$\overrightarrow{e_p} = \frac{1}{\sqrt{\left(l_3\cos\theta - l_2\right)^2 + \left(l_3\sin\theta\right)^2}}\begin{pmatrix} l_3\sin\theta \\ -l_3\cos\theta + l_2 \end{pmatrix}$$

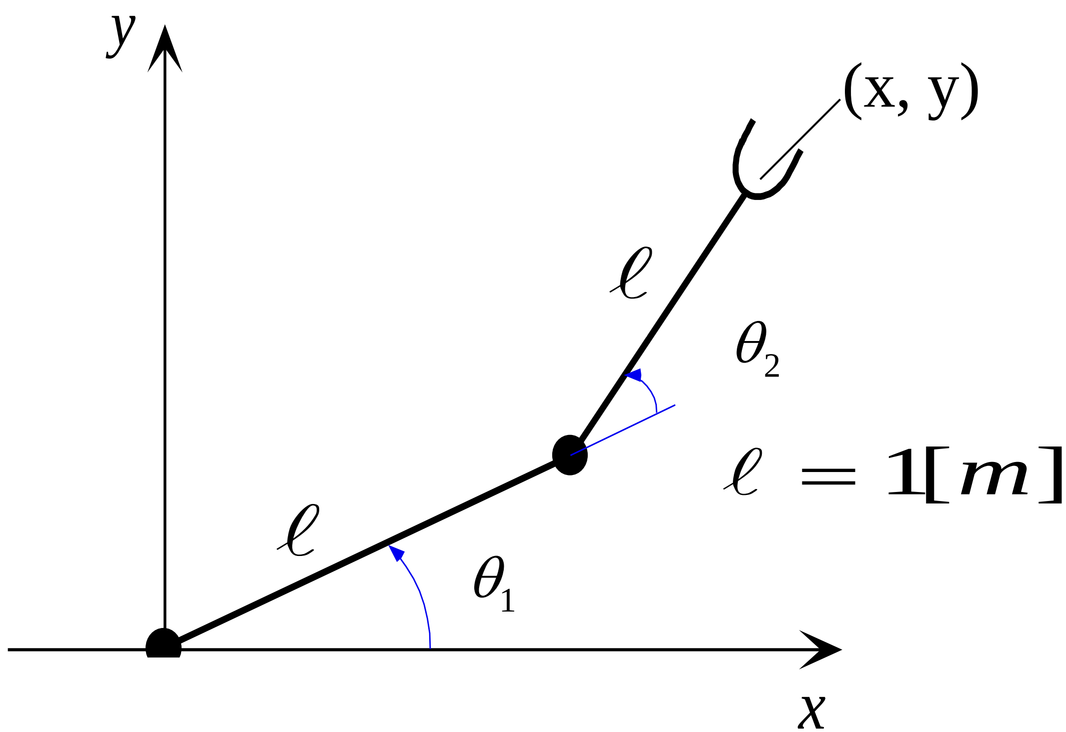
$$= \frac{1}{\sqrt{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3\cos\theta}}\begin{pmatrix} l_3\sin\theta \\ -l_3\cos\theta + l_2 \end{pmatrix} \quad \text{-----} ③$$

iv)

$$\therefore \begin{cases} x = \sqrt{\dfrac{4l_1^2}{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3\cos\theta} - 1}\left(l_3\sin\theta\right) \\ y = \sqrt{\dfrac{4l_1^2}{l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3\cos\theta} - 1}\left(-l_3\cos\theta + l_2\right) \end{cases}$$

問題3：次の問いに答えよ。

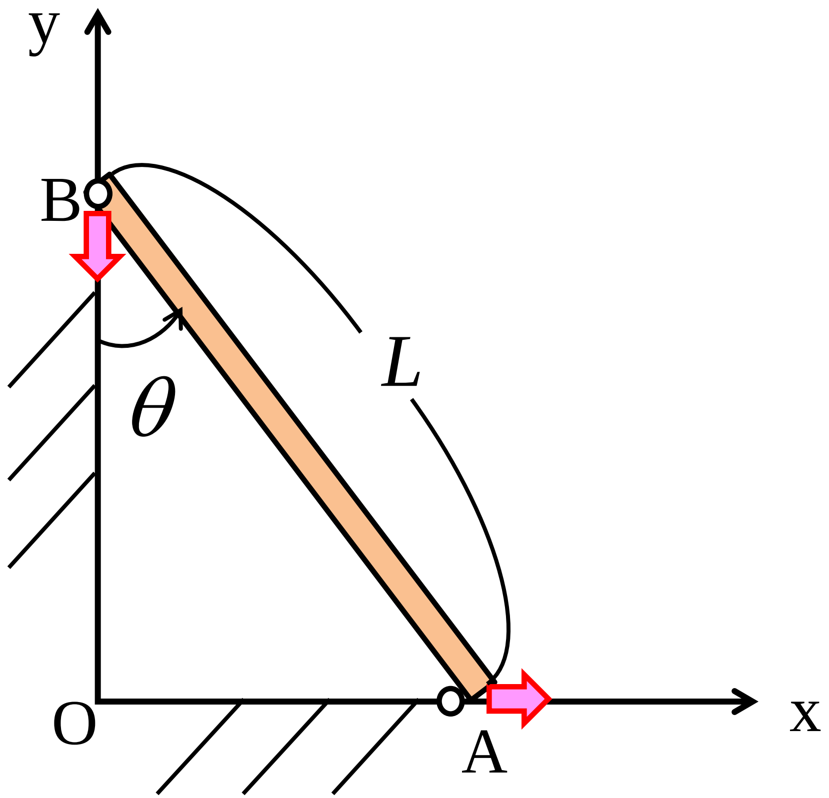
(1)図のロボット先端を(Δx, Δy)=(0.1, -0.1)[m]移動させるのに必要な各関節の角度変化 $(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ を求めよ。ただし $\theta_1 = \pi/6$ $\theta_2 = \pi/6$.



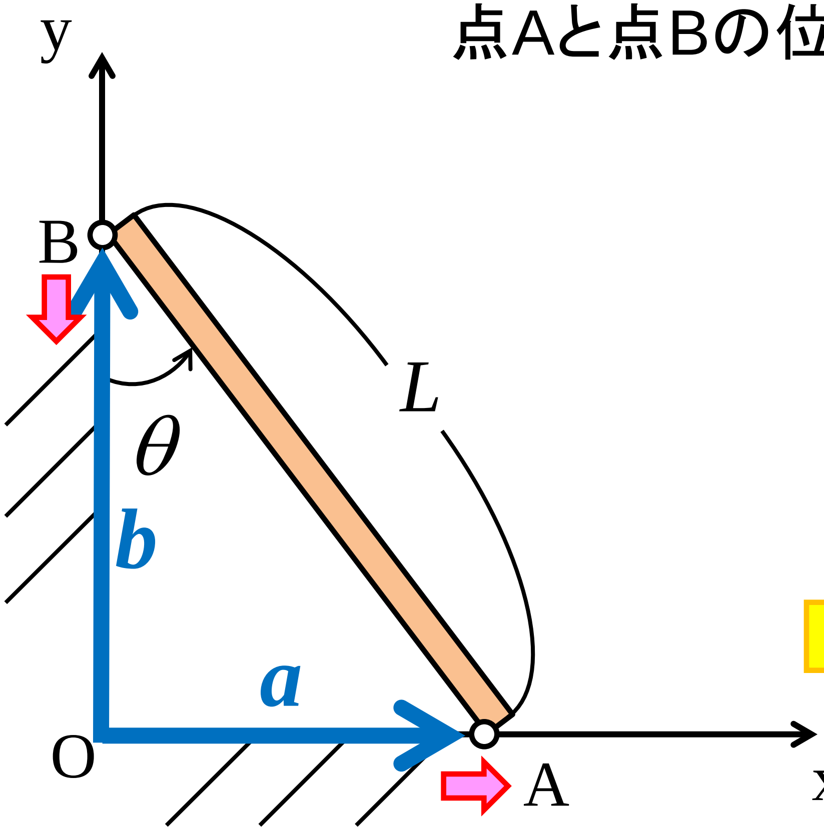
(2)図のロボットの特異姿勢を求め、その姿勢を図示せよ。

(3)特異姿勢が存在しない2自由度平面ロボットの例を一つ挙げ、その機構を図示せよ。

問題2:　下記のリンクが壁と床との接触状態を保って矢印の方向に滑るとき、瞬間中心の位置を求めよ。



問題解答

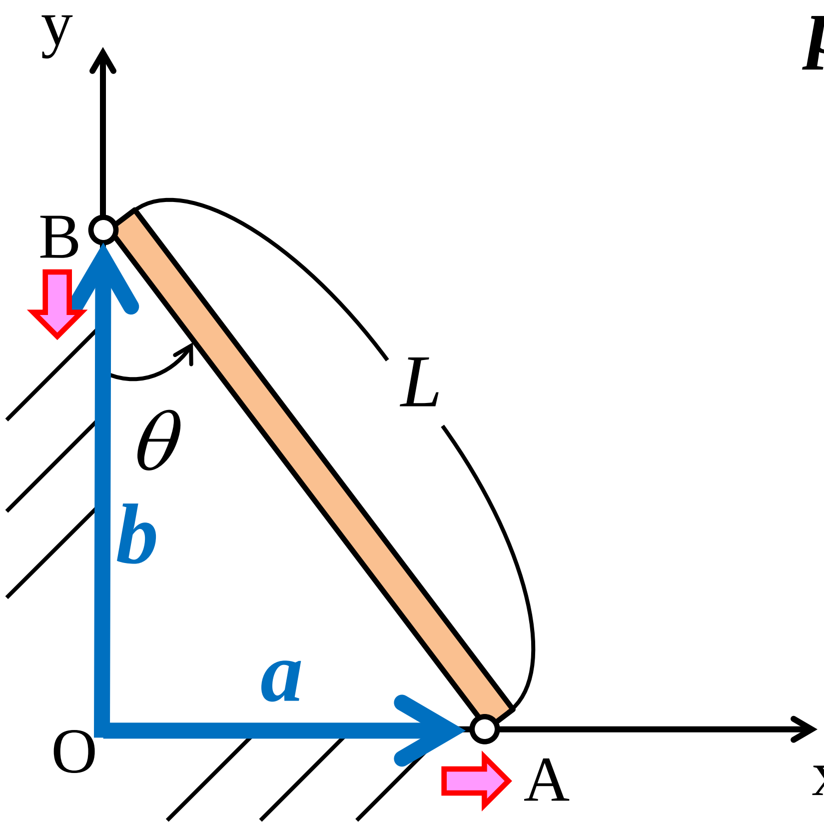


点Aと点Bの位置は
$$\begin{cases} \boldsymbol{a} = L\sin\theta \\ \boldsymbol{b} = iL\cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{a}} = L\dot{\theta}\cos\theta \\ \dot{\boldsymbol{b}} = -iL\dot{\theta}\sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{b}} - \boldsymbol{b}\dot{\boldsymbol{a}} = -iL^2\dot{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{b}} - \dot{\boldsymbol{a}} = -L\dot{\theta}(\cos\theta + i\sin\theta) \end{cases}$$

問題解答



$$p=\frac{a\dot{b}-b\dot{a}}{\dot{b}-\dot{a}}$$ ：瞬間中心

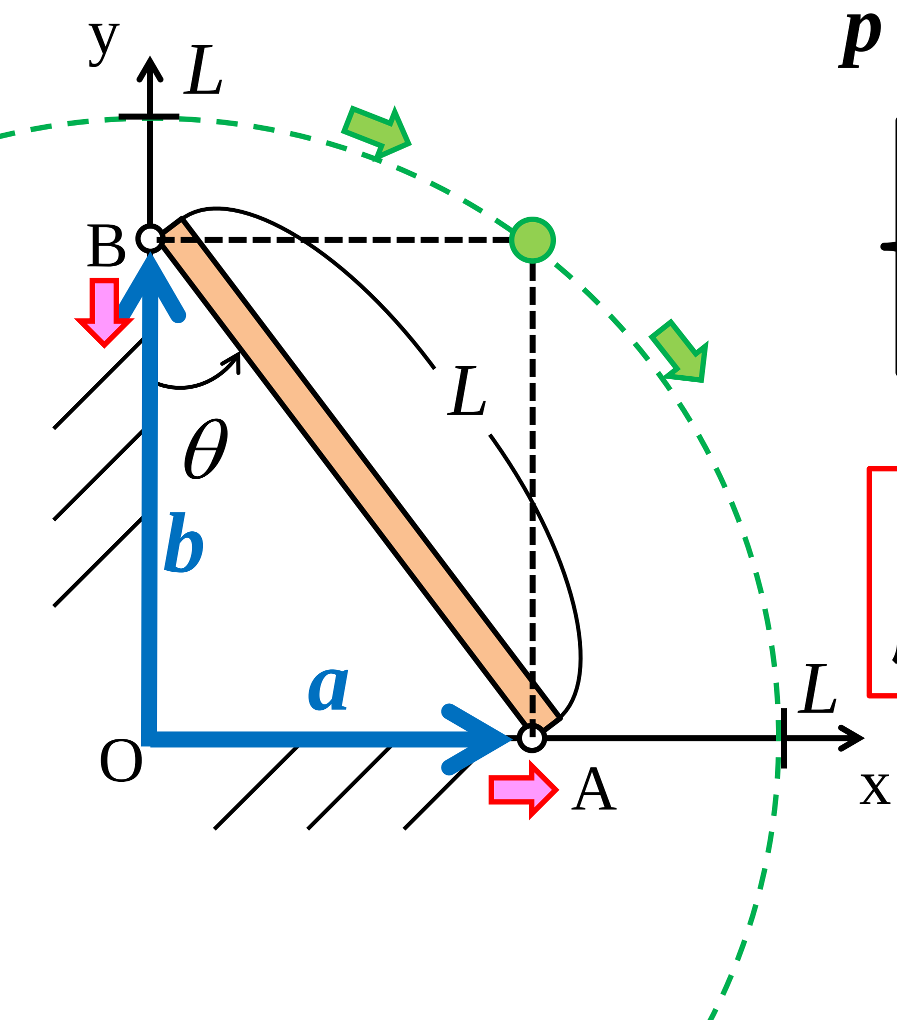
$$=\frac{-iL^2\dot{\theta}}{-L\dot{\theta}\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)}$$

$$=\frac{iL}{\cos\theta+i\sin\theta}$$

$$=\frac{iL\left(\cos\theta-i\sin\theta\right)}{\left(\cos\theta+i\sin\theta\right)\left(\cos\theta-i\sin\theta\right)}$$

$$=\boxed{L\sin\theta+iL\cos\theta}$$

問題解答



$$\boldsymbol{p} = L\sin\theta + iL\cos\theta$$

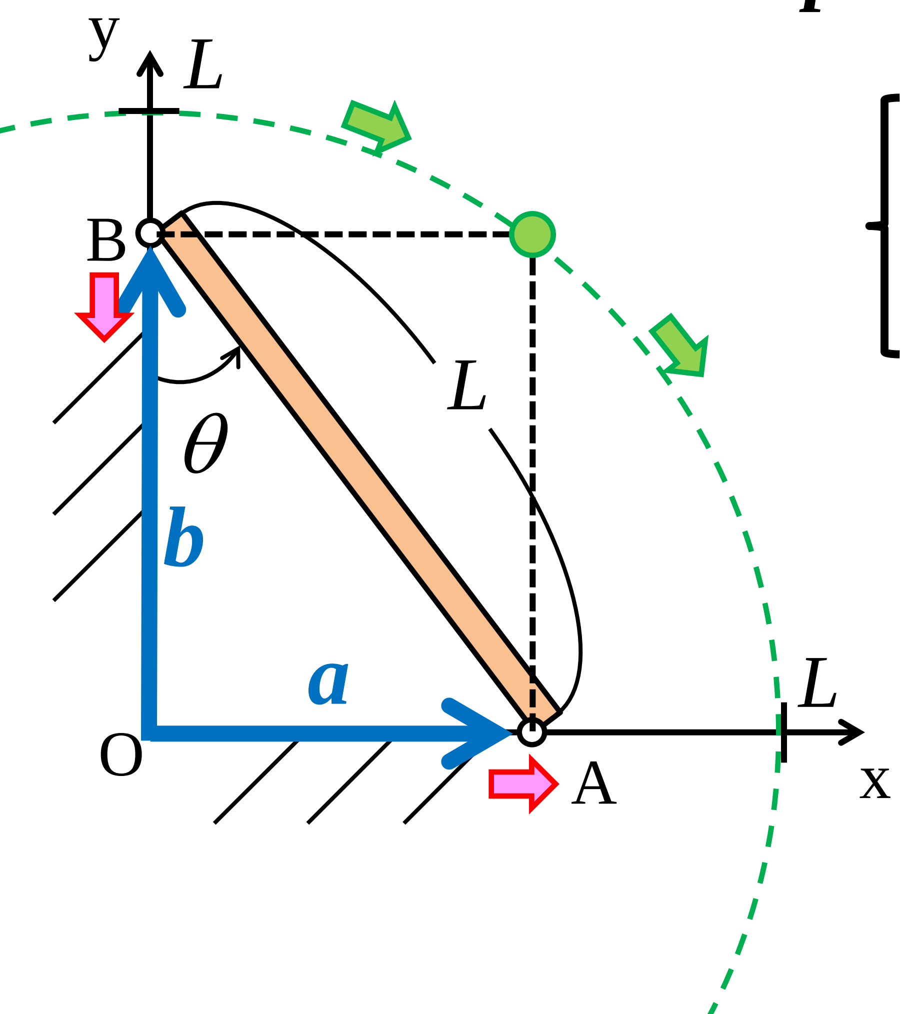
$$\begin{cases} x = L\sin\theta \\ y = L\cos\theta \end{cases}$$

とおくと瞬間中心は

$$x^2 + y^2 = L^2$$

原点を中心とする半径 L の円周上

問題[別解]



$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}+i\frac{\dot{\boldsymbol{a}}}{\dot{\theta}}\ ,\ \boldsymbol{p}=\boldsymbol{b}+i\frac{\dot{\boldsymbol{b}}}{\dot{\theta}}$$:瞬間中心

$$\begin{cases}\boldsymbol{a}=L\sin\theta\\ \boldsymbol{b}=iL\cos\theta\end{cases}\quad \begin{cases}\dot{\boldsymbol{a}}=L\dot{\theta}\cos\theta\\ \dot{\boldsymbol{b}}=-iL\dot{\theta}\sin\theta\end{cases}$$

を代入して

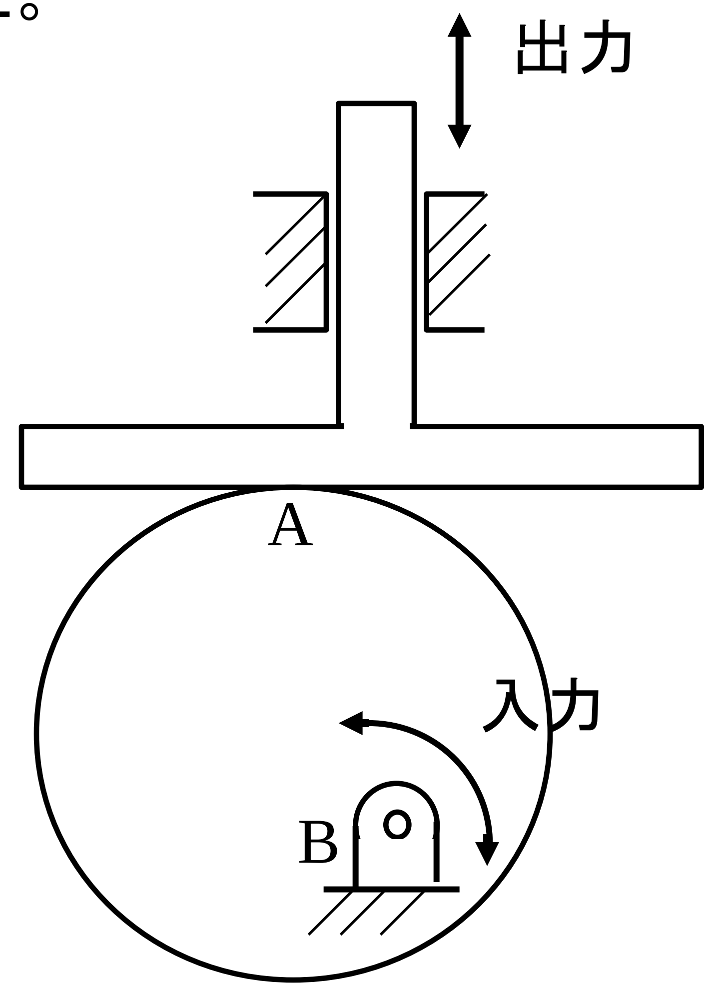
$$\boldsymbol{p}=L\sin\theta+iL\cos\theta$$

$$x^2+y^2=L^2$$

原点を中心とする半径 L の円周上

機構学試験　H24年度

問題1:　下記の平面偏心円盤カム機構の自由度を以下の場合について答えよ。ただし点Aにおいて点接触しているものとする。なお答だけ記載するのではなく、根拠も明記すること。



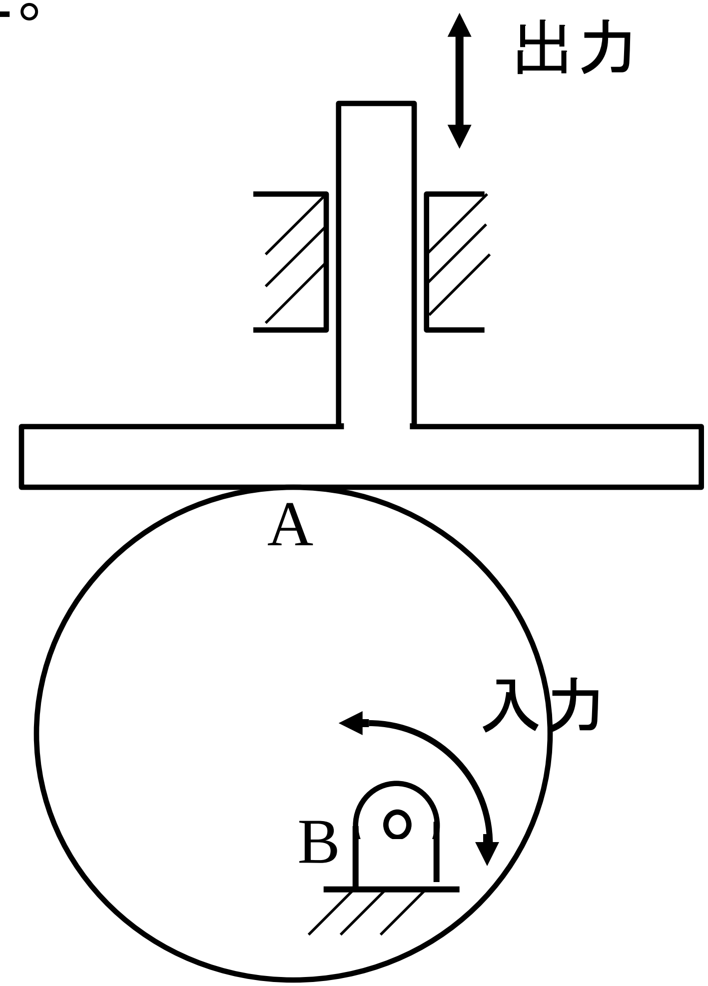
(1)点Aで転がりは許されるが、滑りが許されない場合。
(2)点Aで転がりも滑りも許される場合。

次に、円盤の回転軸Bを円盤の中心に設置した場合の機構の自由度を、以下の場合について答えよ。

(3)点Aで転がりは許されるが、滑りが許されない場合。
(4)点Aで転がりも滑りも許される場合。

機構学試験　H24年度

問題1:　下記の平面偏心円盤カム機構の自由度を以下の場合について答えよ。ただし点Aにおいて点接触しているものとする。なお答だけ記載するのではなく、根拠も明記すること。



(1)点Aで転がりは許されるが、滑りが許されない場合。0

(2)点Aで転がりも滑りも許される場合。1

次に、円盤の回転軸Bを円盤の中心に設置した場合の機構の自由度を、以下の場合について答えよ。

(3)点Aで転がりは許されるが、滑りが許されない場合。0

(4)点Aで転がりも滑りも許される場合。1